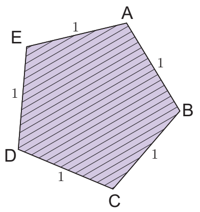
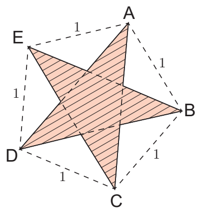
SOLUZIONE DELL'ENIGMA

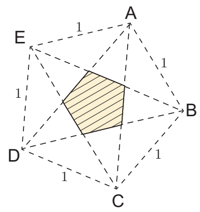
Il fiore del Majorana



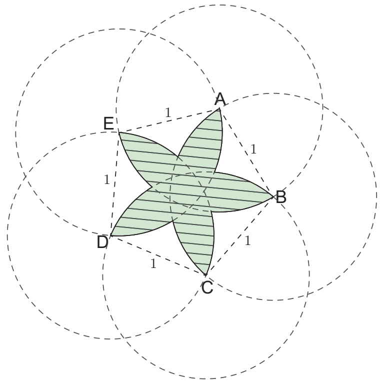
Pentagono di area P



Stella di area S interna al pentagono



Pentagono di area R interno alla stella



Fiore del Majorana

QUESITO

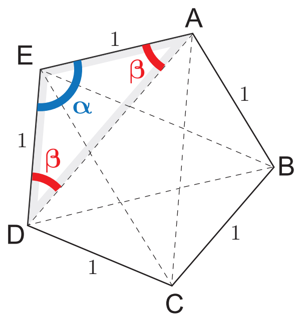
Dal pentagono regolare di lato 1 e area P, derivano altre 3 figure: la stella di area S, il pentagono interno di area R e infine, il *fiore del Majorana*, delimitato da cinque archi di circonferenza, ciascuna di raggio 1 e centrata su uno dei vertici del pentagono originario. È richiesto di determinare l'area del fiore in funzione delle grandezze P, S, R.

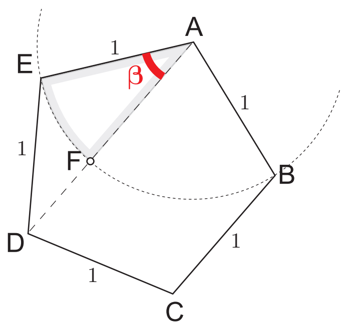
SOLUZIONE

$$\boxed{S + 2R + \pi - 2P}$$

POSSIBILE STRATEGIA RISOLUTIVA

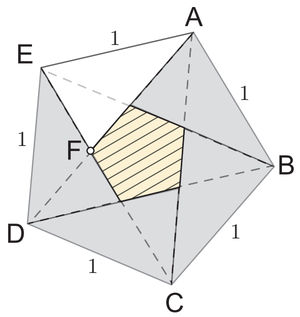
Visto che $ABCDE$ è un pentagono regolare, l'angolo $\alpha = D\hat{E}A$ deve avere un'ampiezza pari a $3/5 \cdot 180° = 108°$. Il triangolo ADE è isoscele, i suoi angoli alla base (in figura denotati con β) hanno quindi un'ampiezza di $(180° - 108°)/2 = 36°$, pari a un decimo di angolo giro.

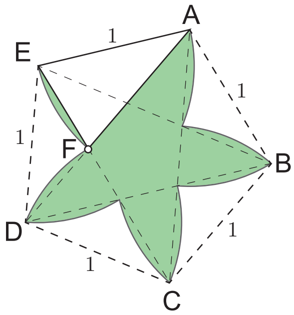




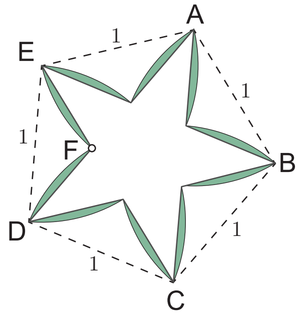
Per quanto detto, il settore circolare AEF rappresenta un decimo di tutto il cerchio di raggio $\overline{AE}$ (e centro A) ed ha quindi una area pari a $\pi/10$.

Abbandoniamo ora il settore circolare e concentriamoci sul triangolo AEF. Giustapponendo cinque sue copie e aggiungendo il pentagono interno di area R, si ottiene il pentagono di area P (*vedi a fianco*). L'area di AEF è quindi pari a $(P - R)/5$, cioè ad un quinto dell'area del poligono "bucato".





Sottraendo il triangolo AEF dal settore circolare omonimo, si ottiene lo "spicchio" compreso fra E e F (*vedi la zona sottile a sinistra*). Essa misura $\pi/10-(P-R)/5$.



Siamo finalmente arrivati alla fine: il fiore si compone infatti della stella contornata da 10 spicchi: l'area cercata è quindi pari a $S+10\cdot[\pi/10-(P-R)/5]=\boxed{S+2R+\pi-2P}$.

Nota finale: con un po' di calcoli è possibile trovare espressioni esplicite per P, S e R e quindi per A. Vale infatti che $P=\frac{1}{4}\sqrt{25+10\sqrt{5}}$, $S=\frac{1}{2}\sqrt{25-10\sqrt{5}}$ e $R=\frac{1}{8}\sqrt{250-110\sqrt{5}}$. Inserendo tali espressioni nella soluzione (e semplificando) si ottiene per l'area del fiore la seguente:

$$\boxed{A=\pi-\frac{1}{4}\sqrt{50+10\sqrt{5}}}\cong 1,015$$

Non è difficile riconoscere che tra P, S, R e A intercorrono infinite possibili relazioni algebriche, ciascuna corretta: quella presentata in precedenza ($A=S+2R+\pi-2P$) non è che una delle tante.

.