SOLUZIONE DELL'ENIGMA

Radicaloni!

sede centrale

Per $n>1$ le espressioni $x=\sqrt{n+\sqrt{n-\sqrt{n+\sqrt{n-\ldots}}}}$ e $y=\sqrt{n-\sqrt{n+\sqrt{n-\sqrt{n+\ldots}}}}$ (i puntini stanno per "e così via") assumono valori finiti e ben definiti. Si sa inoltre che per $n>1$, x e y sono entrambi positivi e diversi fra loro. La domanda è: **Quanto vale x - y?**

soluzione → **1**

POSSIBILE STRATEGIA RISOLUTIVA: Partiamo da $x=\sqrt{n+\sqrt{n-\sqrt{n+\sqrt{n-\ldots}}}}$, eleviamo i membri al quadrato e analizziamo il risultato $x^2=n+\sqrt{n-\sqrt{n+\sqrt{n-\ldots}}}$. L'espressione radicale $\sqrt{n-\sqrt{n+\sqrt{n-\ldots}}}$ è proprio y, per cui possiamo dire che…

$$\boxed{x^2=n+y}$$

Partendo invece da $y=\sqrt{n-\sqrt{n+\sqrt{n-\sqrt{n+\ldots}}}}$ e procedendo come sopra, si arriva prima a $y^2=n-\sqrt{n+\sqrt{n-\sqrt{n+\ldots}}}$ e poi a…

$$\boxed{y^2=n-x}$$

Conviene ora sottrarre membro a membro le due uguaglianze: $x^2-y^2=(n+y)-(n-x)$ cioè $x^2-y^2=x+y$.

Fattorizzando x^2-y^2 (differenza di quadrati) si ha l'equazione…

$$\boxed{(x+y)(x-y)=x+y}$$

Visto che, come detto in premessa, "x e y sono entrambi positivi", sicuramente $x+y\neq 0$. Possiamo allora dividere entrambi i membri per $x+y$ ed ottenere finalmente…

$$\boxed{\boxed{x-y=1}}$$

Per i curiosi: utilizzando l'ultima equazione, possiamo effettuare una sostituzione nelle prime due, ottenendo le espressioni esplicite per calcolare x, y in funzione di n. Esse sono $\boxed{x=\dfrac{1+\sqrt{4n-3}}{2}}$ e $\boxed{y=\dfrac{1-\sqrt{4n-3}}{2}}$.