



SOLUZIONE DELL'ENIGMA

La tavola pitagorica infinita succursale



Una tavola pitagorica è un griglia formata da numeri naturali così disposti:

- nella prima riga stanno i multipli di 1
- nella seconda i multipli di 2
- nella terza i multipli di 3 e così via

A fianco è mostrata una tavola pitagorica virtualmente infinita. Nonostante l'assenza di confini, tutti i numeri vi compaiono solo un numero finito di volte. La domanda è...

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

In una tavola pitagorica infinita, quante volte compare il numero 1000?

soluzione →

16

POSSIBILE STRATEGIA RISOLUTIVA - Come già detto, la tavola pitagorica contiene nella prima riga i multipli di 1, nella seconda i multipli di 2, nella terza i multipli di 3 e così via. Il numero 1000 comparirà quindi nelle prime due righe (perché è un multiplo di 1 e di 2), ma non nella riga 3 (perché non è un multiplo di 3). Seguendo questa linea di pensiero si può dire che il 1000 comparirà sulla tavola tante volte quanti sono i suoi divisori (come, fra gli altri, 1 e 2, ma anche 5, 10 e via elencando...).

In fattori primi si ha la rappresentazione $1000 = 2^3 \cdot 5^3$. Questo implica che ogni divisore di mille deve essere del tipo $2^n \cdot 5^m$ dove per n e m possono assumere entrambi 4 valori possibili: 0,1,2,3. Complessivamente si hanno allora $4 \times 4 = 16$ possibili combinazioni, il che conclude la dimostrazione.

Per completezza elenco tutti i divisori:

Forma fattorizzata	Valore	Forma fattorizzata	Valore	Forma fattorizzata	Valore	Forma fattorizzata	Valore
$2^0 \cdot 5^0$	1	$2^0 \cdot 5^1$	5	$2^0 \cdot 5^2$	25	$2^0 \cdot 5^3$	125
$2^1 \cdot 5^0$	2	$2^1 \cdot 5^1$	10	$2^1 \cdot 5^2$	50	$2^1 \cdot 5^3$	250
$2^2 \cdot 5^0$	4	$2^2 \cdot 5^1$	20	$2^2 \cdot 5^2$	100	$2^2 \cdot 5^3$	500
$2^3 \cdot 5^0$	8	$2^3 \cdot 5^1$	40	$2^3 \cdot 5^2$	200	$2^3 \cdot 5^3$	1000