Soluzione dell'Enigma

Il *Triangolone* del Majorana

Sede succursale

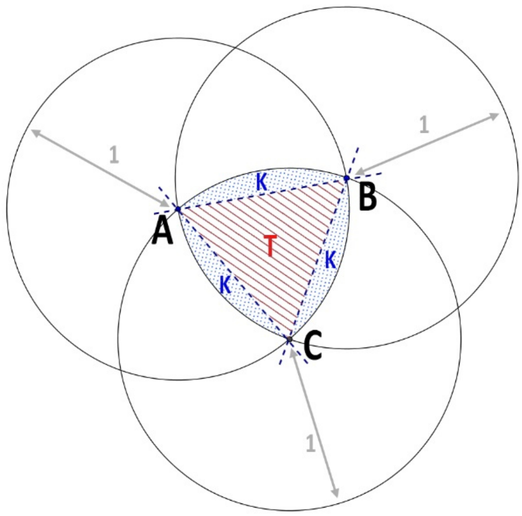
Quanto vale l'area della figura ottenuta intersecando tre circonferenze di raggio unitario centrate ai quattro vertici di un triangolo equilatero?

risposta

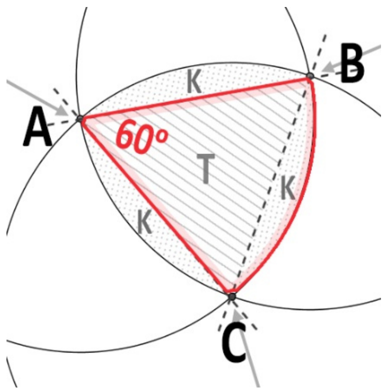
$$\frac{\pi - \sqrt{3}}{2}$$

<u>Possibile strategia risolutiva:</u>

Il triangolone è formato da un cuore triangolare equilatero (del disegno a fianco la zona tratteggiata di rosso e indicata con T) e tre zone ricurve (indicate con K). E' evidente che l'area complessiva è data da $\boxed{Area_{TRIANGOLONE} = T + 3K}$.



Il triangolo equilatero T ha per lati i raggi delle circonferenze, cioè ha lati unitari. Come già accennato nella formulazione nel problema, ciò implica che la sua area vale $\sqrt{3}/4$, cioè $\boxed{T = \frac{\sqrt{3}}{4}}$



Per trovare l'area di K consideriamo la porzione formata da T e da <u>un solo</u> K (a fianco la zona contornata di rosso): si tratta di un settore circolare la cui area è un sesto di quella del cerchio, ragion per cui $\boxed{T + K = \frac{\pi}{6}}$. Inserendo il valore trovato precedentemente otteniamo $\boxed{K} = \frac{\pi}{6} - T = \boxed{\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}}$

Possiamo ora concludere il calcolo: $Area_{TRIANGOLONE} = T + 3K = \frac{\sqrt{3}}{4} + 3 \cdot \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{4}$, che dopo un'opportuna semplificazione diventa $\boxed{Area_{TRIANGOLONE} = \frac{\pi - \sqrt{3}}{2}}$.